

# Rechnernutzung in der Physik

Institut für Experimentelle Teilchenphysik  
Institut für Theoretische Teilchenphysik  
Interfakultatives Institut für Anwendungen der Informatik

Prof. Dr. G. Quast, Prof. Dr. M. Steinhauser  
Dr. A. Mildenerger, Dr. T. Chwalek  
<http://comp.physik.kit.edu>

WS2018/19 – Blatt 05  
Bearbeitungszeitraum: bis Di, 4.12.2018

## Aufgabe 9: Numerische Integration (\*)

Eine Methode, ein Integral der Form

$$F = \int_a^b f(x) dx$$

numerisch auszurechnen, beruht auf der sog. Allgemeinen Trapezregel. Dabei ergibt sich eine Approximation zu  $F$  mittels der Formel

$$F_{\text{TR}}^{(N)} = \frac{b-a}{2N} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{N-1}) + f(x_N)] ,$$

wobei  $N$  die Anzahl der Unterteilungen des Intervalls  $[a, b]$  ist und  $x_i = a + ih$  mit  $h = (b-a)/N$  und  $i = 0, 1, \dots, N$ .

- (a) Schreiben Sie ein `Module[]`, das für gegebenes  $f$  und  $N$  die Approximation  $F_{\text{TR}}^{(N)}$  berechnet. Vergleichen Sie für  $f_1(x) = e^{-(x+2)^2} + e^{-x^2}$  ( $a = -5, b = 3$ ) und  $f_2(x) = 3x + 5x^2 + 6x^3 - 10x^6$  ( $a = -1, b = 1$ ) das Resultat für  $F_{\text{TR}}^{(N)}$  mit dem Ergebnis von `NIntegrate[]`.

- (b) Schreiben Sie ein `Module[]`, das für gegebenes  $N$  eine Liste der Form

$$\{\{x_0, f(x_0)\}, \dots, \{x_N, f(x_N)\}\}$$

erzeugt. Stellen Sie dann mit Hilfe von `ListPlot[]` die durch Geraden verbundenen Punkte  $\{x_i, f(x_i)\}$  zusammen mit  $f(x)$  für  $N = 1, 2, \dots, N_{\text{max}}$  graphisch dar. Dabei soll jeweils  $N$ ,  $F_{\text{TR}}^{(N)}$ , das Ergebnis von `NIntegrate[]` und die relative Abweichung davon in den Plot eingeblendet werden. Färben Sie zur besseren Unterscheidung die Fläche unter dem Polygonzug grau ein und zeichnen Sie die Funktion  $f_1(x)$  bzw.  $f_2(x)$  rot. Zeichnen Sie an jeder Stützstelle eine vertikale Linie ein, um die Intervallgrenzen zu kennzeichnen.

Hinweise:

- (i) Folgende `Mathematica`-Befehle erweisen sich in dieser Aufgabe als nützlich: `For`, `Join`, `Sum`, `Table`.
- (ii) Einblendungen in einer Figur können mit Hilfe der Option `PlotLabel` vorgenommen werden. Dabei müssen numerische Werte mit Hilfe von `ToString[]` in einen String umgewandelt werden. Zwei Strings können mit `StringJoin[]` verbunden werden.
- (iii) Weitere nützliche Optionen für die graphischen Befehle sind: `Filling`, `Joined`, `PlotStyle`.

### Aufgabe 10: Orthogonalpolynome

Ein beliebiges Polynom  $q_n(x)$  vom Grad  $n$  kann als Linearkombination der Form

$$q_n(x) = \sum_{i=0}^n c_i P_i(x)$$

geschrieben werden, wobei  $P_i(x)$  ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ) vorgegebene Orthogonalpolynome sind. Schreiben Sie ein `Module[]`, das für ein gegebenes  $q_n(x)$  die Koeffizienten  $c_i$  berechnet. Als mögliche Orthogonalpolynome sollen die Laguerre-, Legendre-, Hermite- und Tschebyscheff-Polynome zur Auswahl stehen. Den jeweiligen Definitionsbereich und die Gewichtsfunktion können Sie dem Help-Menu des `Mathematica`-Notebooks entnehmen.

---

*Hinweis:* Mit dem Rechnernamen `fphctssh.physik.uni-karlsruhe.de` können Sie von überall aus mittels `ssh/scp` auf einen Poolrechner zugreifen und den `Mathematica` Kernel nutzen.