Rechnernutzung in der Physik: Zusatz Python-Einführung

Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. G. Quast, Prof. Dr. M. Steinhauser
Dr. Th. Chwalek, Dr. A. Mildenberger
`http://comp.physik.kit.edu`

WS2018/19 – Zusatzblatt[1] 03
Bearbeitungszeitraum: bis Di, 20.11.2018

Aufgabe 108: Zentraler Grenzwertsatz (*) **Testat**

In den vorherigen Übungsblättern hatten Sie ein Beispiel für die Darstellung eines Histogramms und einer Gauß-Verteilung kennen gelernt; das Beispielskript `a108-PlotUniform.py` demonstriert, wie ganz analog gleichverteilte Zufallszahlen erzeugt und histogrammiert werden können. Als Vorlage für die Lösung dieser Aufgabe können Sie das Skript `a108-CentralLimit.py` verwenden.

Betrachten Sie die Summe y von n gleichverteilten Zufallszahlen x_i im Intervall [0,1], $y = \sum_{i=1}^{n} x_i$.

a) Zeigen Sie analytisch, dass eine Gleichverteilung im Intervall [0,1] eine Standardabweichung von $\sigma = \sqrt{1/12}$ hat. Zeigen Sie weiter, dass y einen Erwartungswert von $n/2$ und eine Varianz von $n/12$ hat.

b) Nach dem zentralen Grenzwertsatz nähert sich die Verteilung von y für große n einer Gauß-Verteilung an. Dies soll nun überprüft werden. Wir betrachten dazu die Variable

$$z = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) - \frac{n}{2}}{\sqrt{n/12}}$$

mit Mittelwert $\mu = 0$ und Standardabweichung $\sigma = 1$.

Schreiben Sie ein Programm um für $n = 2$, 3 und 20 jeweils 100 000 Werte von z zu erzeugen und füllen Sie diese in Histogramme. Zeichnen Sie jeweils die passend normierte Standard-Gauß-Kurve (d.h $\mu = 0$, $\sigma = 1$) in Ihre Histogramme ein und vergleichen Sie. Achten Sie auf eine ausreichende Anzahl an Bins, damit der Vergleich aussagekräftig ist.

Aufgabe 109: Parameterschätzung Resonanzkurve mit Daten (*) **Testat**

Die Schätzung von Parametern einer Modellfunktion ist eine typische Aufgabe in der Datenanalyse. Als Beispiel für die Vorgehensweise bei der Bestimmung eines einzelnen Parameters kommen wir noch einmal auf die in Aufgabe 105 vom ersten Blatt grafisch dargestellte Kurvenschar zurück:

$$A(\eta, D) = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\eta D)^2}}$$

Die Implementierung eines Lösungsvorschlags finde Sie in der Datei `a105-PlotResonanz.py`.

Die Datei `ResonanceData.dat` enthält Datenpunkte (η_i, A_i), die für einen unbekannten Wert der Dämpfung D bestimmt wurden. Die Unsicherheit auf die (normierten) Amplituden sei ± 0.1.

a) Tragen Sie die Datenpunkte zusammen mit den Resonanzkurven in eine Grafik ein.

Hilfe: Zum Einlesen der Datenpunkte können Sie den folgenden Code verwenden:

```
xm, ym = np.loadtxt('ResonanceData.dat', unpack=True)
```

Zur Darstellung

```
plt.errorbar(xm, ym, xerr=0., yerr=0.1, fmt='ro')
```

b) Verändern Sie nun in verschiedenen Schritten die Dämpfung D der Resonanzkurve und versuchen Sie, diejenige Kurve zu finden, die am besten zu den Daten passt. Welchen Wert für D schätzen Sie?

c) Es dürfte klar geworden sein, dass eine präzise Bestimmung des Parameters D der Resonanzkurve auf rein grafisch Art kaum möglich ist. Zur Verbesserung des Verfahrens wird ein Abstandsmaß der Datenpunkte von einer Kurve benötigt. Wir wollen hier die von Gauß vorgeschlagene "Summe der Fehlerquadrate", d. h.

[1] Die Python-Einführung (5 Aufgabenblätter) ist von denjenigen Teilnehmern zu bearbeiten, die die Rechnernutzung im Umfang von 6 LP absolvieren möchten. In diesem Teil sind 80% der Pflichtaufgaben erfolgreich zu bearbeiten.

die Summe der auf die Messunsicherheit normieren Quadrate der Abweichungen der Messwerte von der Funktion, verwenden:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - y_i^{model})^2}{\sigma_i^2}, \quad \text{bzw. hier} \quad S(D) = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - A(\eta_i, D))^2}{\sigma_i^2}.$$

Bestimmen Sie für einige Werte D_i in der Nähe ihrer Schätzung aus Aufg. b) die Werte $S(D_i)$. Die beste Anpassung ist erreicht, wenn $S(D)$ ein Minimum erreicht. Hilfreich ist es, in einer Grafik $S(D_i)$ gegen D_i aufzutragen - so können Sie das Minimum immer genauer eingrenzen. Welchen Wert erhalten Sie?
