Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Dr. Andreas Poenicke
http://comp.physik.kit.edu/Lehre/ERA/
era@physik.kit.edu

SS 2022

12.04.2022

Aufgabenblatt zur Vorlesung „Einführung in das Rechnergestützte Arbeiten“

Zusammenfassung

In diesem Aufgabenblatt sollen die bisher in der Vorlesung vorgestellten Werkzeuge kombiniert eingesetzt werden. Ziel ist es, ein pdf-Dokument mit LaTeX zu erstellen, in dem die Lösung eines physikalischen Problems dargestellt wird. Das erstellte Dokument soll inklusive der Quelldateien (tex-Source, svg-Datei, Maple-Worksheet und jupyter Notebook) in der Übung einem Tutor zum Testat vorgestellt werden.

Die Lösungen können am Mittwoch 20.4.2022, 14:00-15:30 Uhr testiert werden.

1 LaTeX

Generieren Sie ein LaTeX-Dokument der Klasse `article`. Das Dokument muss ein Titelblatt beinhalten, auf dem Name und Matrikelnummer angegeben sind. Der weitere Inhalt ergibt sich durch die folgenden Aufgaben. Nehmen Sie deren Lösungen, wie dort beschrieben, in das Dokument auf.

2 Inkscape

In der Klassischen Theoretischen Physik II wird das ebene Doppelpendel untersucht. Dabei wird allerdings idR. nur die Bewegungsgleichungen für kleine Auslenkungen betrachtet und analytisch gelöst.

Hier soll der allgemeine Fall betrachtet werden, in dem das Doppelpendel chaotisches Verhalten zeigen kann. Die Bewegungsgleichungen lassen sich dabei analytisch herleiten, jedoch nur numerisch lösen.

Erstellen Sie mit Inkscape, wie in Abbildung 1 angedeutet, eine Skizze des Systems, die alle im Folgenden relevanten Größen anschaulich darstellt.

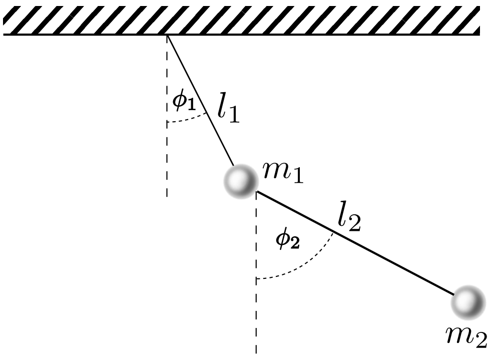

Abbildung 1: Skizze des Doppelpendels

Speichern Sie diese Skizze als PDF-Datei und binden Sie die Abbildung in Ihr Dokument ein. Die Abbildung sollte einen kurzen beschreibenden Untertext (Caption) haben.

Hinweis: Griechische Buchstaben kann man entweder mit dem LaTeX-Plugin erstellen oder als Unicode Text eingeben. Um Letzteres zu erreichen wechselt man bei der Texteingabe mit `CTRL-u` *in den Unicode-Modus und gibt den Unicode-Zeichencode (http://unicode.org/charts/PDF/U0370.pdf) ein. (ϕ hat z.B. den Zeichencode* `03D5`*).*

$\boxed{3}$ Maple

Die Bewegungsgleichungen für die Auslenkungswinkel ϕ_1 und ϕ_2 des Doppelpendels ergeben sich aus der Lagrange-Gleichung zu

$$\begin{aligned} l_1\ddot{\phi}_1(m_1+m_2) + m_2 l_2 \ddot{\phi}_2 \cos(\phi_1-\phi_2) + m_2 l_2 \dot{\phi}_2^2 \sin(\phi_1-\phi_2) + g\sin(\phi_1)(m_1+m_2) &= 0, \\ m_2 l_1 \cos(\phi_1-\phi_2)\ddot{\phi}_1 + l_2 m_2 \ddot{\phi}_2 - m_2 l_1 \sin(\phi_1-\phi_2)\dot{\phi}_1^2 + m_2 g \sin(\phi_2) &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

a) Das System von Differentialgleichungen (1) läßt sich nur numerisch lösen. Dafür müssen zuvor allen Konstanten numerische Werte zugewiesen werden. Wählen Sie

$$m_1 = 1, \qquad m_2 = 2, \qquad l_1 = 1, \qquad l_2 = 2, \qquad g = 1$$

und plotten Sie mit Maple für die Randbedingungen

$$\phi_1(0) = 1.50, \qquad \phi_2(0) = 2, \qquad \dot{\phi}_1(0) = 0, \qquad \dot{\phi}_2(0) = 0$$

den Verlauf von $\phi_1(t)$ und $\phi_2(t)$ im Zeitbereich $t = 0\dots100$, kombinieren Sie die beiden Kurven in einem Graphen.

Tipps:

- *Vergessen Sie nicht, vorher das Packet* `plots` *zu laden.*
- *Wird Maple nicht explizit als Option angewiesen das Gleichungssystem numerisch zu lösen, wird es vergeblich versuchen eine analytische Lösung zu finden... lange... sehr lange...*

b) Erzeugen Sie einen weiteren kombinierten Plot in dem Sie die Berechnung wiederholen. Ändern Sie dabei allerdings die Anfangsbedingung für ϕ_1 auf $\phi_1(0) = 1.502$.

Bemerkung: Wie Sie sehen werden, reagiert das System sehr empfindlich auf kleine Änderungen der Anfangsbedingungen. Dies ist ein charakteristisches Merkmal chaotischer Systeme.

c) Exportieren Sie die zwei gewonnenen kombinierten Plots und binden Sie diese mit einem kurzen beschreibenden Text in Ihr Dokument ein.

d) Ergänzen Sie Ihr Dokument um einen kurzen beschreibenden Text. Dabei sollen auch die oben aufgeführten Gleichungen und Anfangsbedingungen in LaTeX gesetzt werden[1].

[1] Von Hand! Es soll nicht der LaTeX-Export von Maple benutzt werden.

$\boxed{4}$ Python/Visualisierung

Im Praktikumsversuch „Bestimmung von e/m des Elektrons“ wird die spezifische Ladung des Elektrons mit verschiedenen Methoden bestimmt. Nach der Methode von Busch werden Elektronen in einer Braunschen Röhre durch eine Kathodenspannung U beschleunigt und dann durch elektro-magnetische Felder auf eine Spiralbahn gebracht. Aus der Abhängigkeit der Ganghöhe von Beschleunigungsspannung U und dem Magnetfeld $\mathbf{B}$, welches durch einen Spulenstrom I erzeugt wird, lässt sich nun die spezifische Ladung bestimmen. In der Messung wird die Beschleunigungsspannung U variiert und der Spulenstrom I gemessen.

Ohne auf die Details des Versuchsaufbaus einzugehen und weitere Herleitungen sei der Zusammenhang

$$U = \eta \frac{e}{m} \mu_0^2 I^2 \qquad \eta = 2.36 \cdot 10^5 \text{ und } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \mathrm{N\,A^{-2}} \tag{2}$$

zwischen Beschleunigungsspannung und Spulenstrom gegeben. Dabei ist η eine dimensionslose Konstante, die sich aus der Geometrie der Spule und des Versuchsaufbaus ergibt, μ_0 die magnetische Feldkonstante.

Aufgabe:
Die Datei `messwerte.dat` enthält eine fiktive Messwerttabelle des Spulenstroms I für steigende Beschleunigungsspannung U. Erstellen Sie ein jupyter-Notebook mit den folgenden Schritten, und dokumentieren Sie jeweils mit Hilfe von „Markdown“-Zellen was Sie tun:

a) Lesen Sie die Messwerte aus der Datei in zwei Variablen `U` und `I`.
Stellen Sie diese Messdaten in einem Graphen dar, in dem Sie I über U auftragen und beschriften Sie die Achsen.

b) Berechnen Sie in (einem Schritt) jeweils für alle Spannungen e/m und danach daraus den Mittelwert dieser Größe.

c) Bestimmen Sie die e/m aus einer Anpassung:
Erstellen Sie eine Funktion welche den Strom $U(I)$ als Funktion der Spannung entsprechend

$$U = c \cdot I^2 \tag{3}$$

berechnet.
Führen Sie eine numerische Anpassung dieser Funktion an die Messdaten durch und bestimmen Sie die Konstante c sowie die Standardabweichung Δc der Anpassung.
Berechnen Sie in einem letzten Schritt aus e/m über den Zusammenhang $\frac{e}{m} = c/(\eta\mu_0^2)$ und die Standardabweichung $\Delta\frac{e}{m} = \Delta c/(\eta\mu_0^2)$.

d) Stellen Sie Daten gemeinsam mit der angepassten Kurve in einem Graphen dar. Tragen Sie hierbei den Strom auf der x-Achse, die Spannung auf der y-Achse auf. Ergänzen Sie den Graph um die Achsenbeschriftung sowie einer Legende und exportieren Sie ihn in eine Datei.

e) Binden Sie die Bild-Datei als Abbildung in Ihr Dokument ein. Die Abbildung sollte einen kurzen beschreibenden Untertext (Caption) haben.
Führen Sie weiter im Dokument auf, welchen Wert Sie für die spezifische Ladung e/m erhalten haben (inkl. Standardabweichung aus der Anpassung). (Keine Fehlerrechnung!)

f*) (fortgeschritten, freiwillig) Wie muss der Aufruf von `curve_fit` verändert werden, damit man direkt (erfolgreich) Gl.(2) an die Daten anpassen und so e/m erhalten kann? Was erhält man auf diesem Weg?